

Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt{2}, \sqrt{5}) \cap \mathbb{Z} = \{2\}$.
- 5p 2. Determinați valorile reale ale lui m pentru care dreapta $x = 2$ este axa de simetrie a parabolei $y = x^2 + mx + 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea $[0, 2\pi)$ ecuația $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.
- 5p 4. Determinați $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, pentru care $C_n^2 + A_n^2 = 18$.
- 5p 5. Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care dreptele $d_1: ax + y + 2011 = 0$ și $d_2: x - 2y = 0$ sunt paralele.
- 5p 6. Fie x un număr real care verifică egalitatea $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$. Arătați că $\sin 2x = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $(A(x) - A(y))^{2011} = O_3$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Determinați inversa matricei $A(x)$, unde $x \in \mathbb{R}$.
2. Se consideră $\alpha \in \mathbb{C}$ și polinomul $f = X^3 + (1-\alpha)X^2 + (\alpha-2)X + \alpha + (\alpha-2)i \in \mathbb{C}[X]$.
- 5p a) Arătați că polinomul f are rădăcina -1 .
- 5p b) Arătați că, dacă p, q sunt numere complexe și polinomul $g = X^2 + pX + q \in \mathbb{C}[X]$ are două rădăcini distincte, complex conjugate, atunci p și q sunt numere reale și $p^2 < 4q$.
- 5p c) Determinați $\alpha \in \mathbb{C}$ pentru care polinomul f are două rădăcini distincte, complex conjugate.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x+1) - \ln(x-1)$.
- 5p a) Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe $(1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați asimptotele graficului funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x)$.
2. Se consideră funcția $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x + 2$.
- 5p a) Calculați $\int_1^4 f(\sqrt{x}) dx$.
- 5p b) Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g: [1; 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{x}$ și de axa Ox .
- 5p c) Arătați că $(4n+2) \int_1^2 f^n(x) dx + n \int_1^2 f^{n-1}(x) dx = 0$.

Probă scrisă la **Matematică**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

Varianta 5